



第2章 运动与力



瞬时作用



牛顿定律

速度改变



力的作用



运动改变



力矩作用



角动量定理

角动量改变

时间积累

动量定理



动量改变



空间积累



动能定理

能量改变

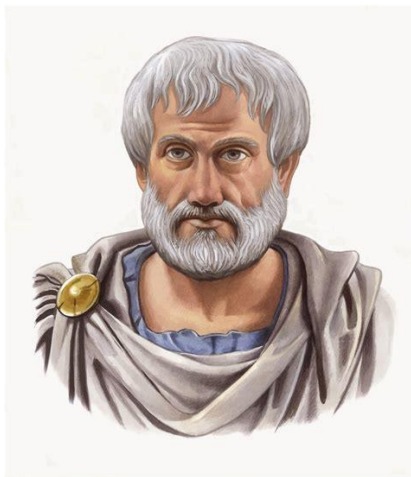


§ 2.1 牛顿运动定律

Newton's Laws of Motion



➤ 历史背景



Aristotle, 384–322 BC

16世纪前，亚里士多德的观点：

- 自然运动：
星辰绕地运动、重物下落
- 强迫运动：
水平运动，靠外力维持，外力去除则运动停止

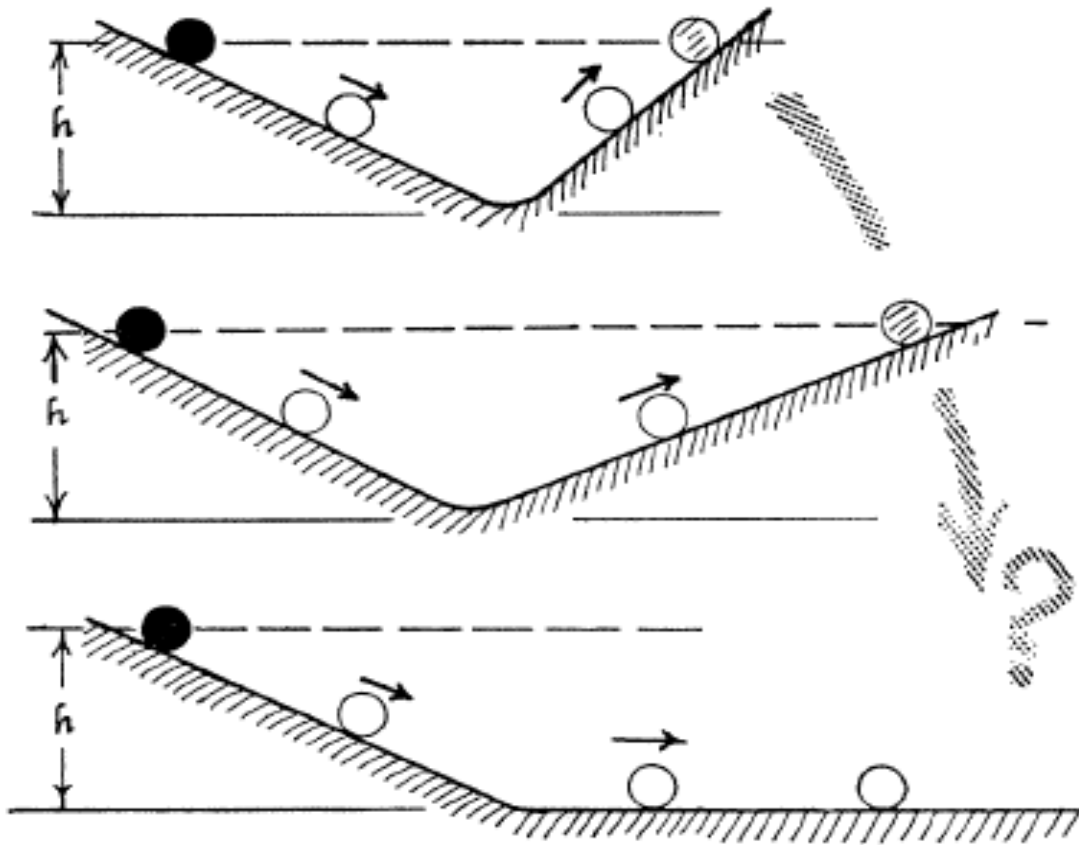


Galileo Galilei
1564-1642

伽利略否定了亚里士多德的观点：

- 根据运动的基本特征，将运动分为匀速运动和变速运动；
- 通过“斜面小球实验”得到落体定律；
- 通过“斜面实验”得出加速度概念及产生原因。

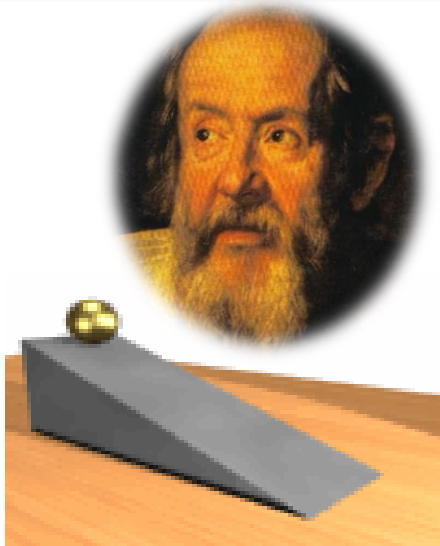
➤ 伽利略斜面实验



■ 实验结论：

- 一个不受外力作用的物体将保持它的匀速运动状态；
- 力不是产生速度的原因，而是产生加速度的原因。

➤ 笛卡尔的修正



René Descartes
1596-1650

■ 斜面实验结论的推论：

如果物体不受阻力，则速度不会减慢，以不变速度运动→行星按圆周轨道匀速运动，因此可以永恒转动。

• 不足之处：

运动方向上不受力时只是速率不变，但方向可以改变。

■ 笛卡尔弥补了伽利略的不足：

- 物体不受力时，不仅速度大小不变，速度方向也不变，物体将沿原方向运动下去；
- 惯性不会使物体趋向曲线运动。

➤ 牛顿第一定律

- 任何物体都保持静止的或沿一条直线作匀速运动的状态，除非作用在它上面的力迫使它改变这种状态。

- 两个基本概念：

也称为惯性定律

惯性：物体保持运动状态不变的性质。

力：改变物体运动状态的原因。

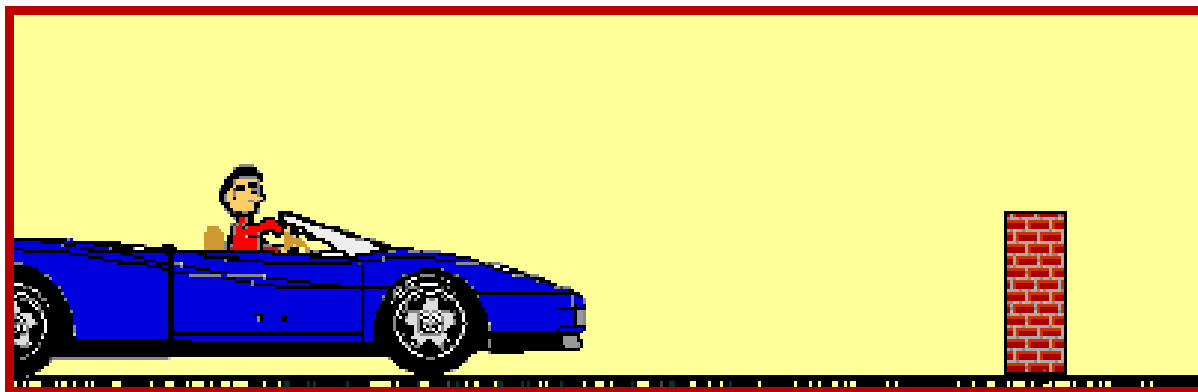
力的定性定义：
本质和作用效果

- 一种参考系：

惯性参考系：一个不受力作用的物体在其中将保持静止或匀速运动状态不变的参考系。

► 牛顿第一定律

- 任何物体都保持静止的或沿一条直线作匀速运动的状态，除非作用在它上面的力迫使它改变这种状态。



➤ 牛顿第二定律

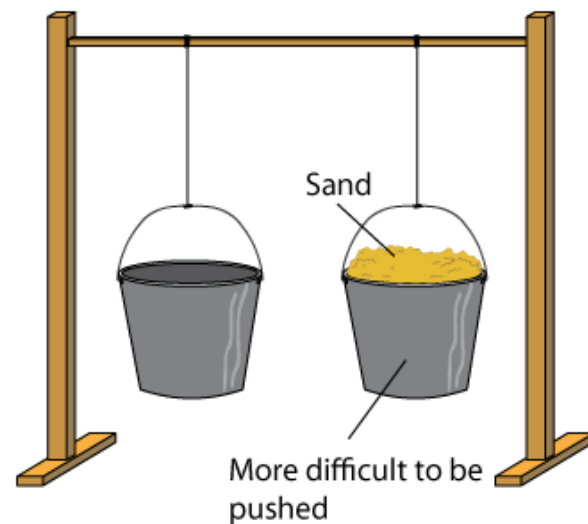
- 运动的变化（动量对时间的变化率）与所加的合外力成正比，并且发生在该合外力的方向上。
- 动量：描述运动状态的物理量。

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- 力的作用效果：改变物体的动量。
- 关系：物体动量的时间变化率等于物体所受的合外力。

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v}$$



► 牛顿第二定律

• 力：

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

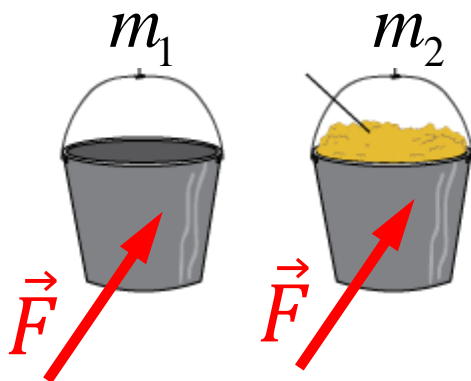
力的定量定义

- 惯性质量：当速率 $v \ll c$ 时，质量 m 不随速率 v 改变。
- 质量的物理意义：物体惯性大小的量度。

质量不变时： $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

$$F = m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$



➤ 牛顿第二定律

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

◆ 定律的性质：

- 矢量性：力、动量和加速度都是矢量。
- 瞬时性：力的作用与加速度是瞬时对应的；

◆ 定律的适用范围：

- 只适用于惯性参考系；
- 只适用低速运动的情况；
- 只适用于宏观物体，不适用于微观世界。

► 牛顿第二定律分量形式

- **力的独立性原理：**某一方向的力，只会导致该方向的动量变化；只产生该方向上的加速度；与其它方向的受力及运动无关.

直角坐标系：

$$\begin{cases} F_x = \frac{dp_x}{dt} = ma_x \\ F_y = \frac{dp_y}{dt} = ma_y \\ F_z = \frac{dp_z}{dt} = ma_z \end{cases}$$

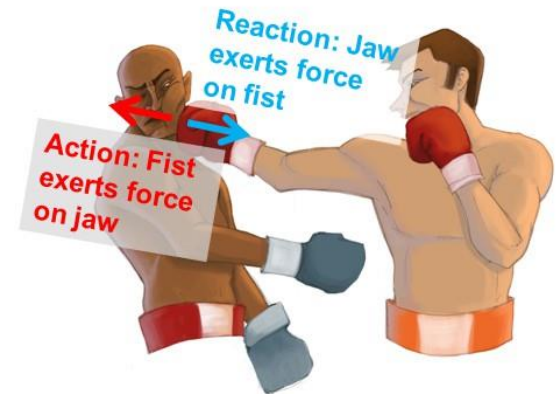
质心坐标系：

$$\begin{cases} F_t = \frac{dp_t}{dt} = ma_t \\ F_n = \frac{dp_n}{dt} = ma_n \end{cases}$$

► 牛顿第三定律

- 对于每一个作用，总有一个相等的反作用与之相反；或者说，两个物体对各自对方的相互作用总是相等的，而且指向相反的方向。

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

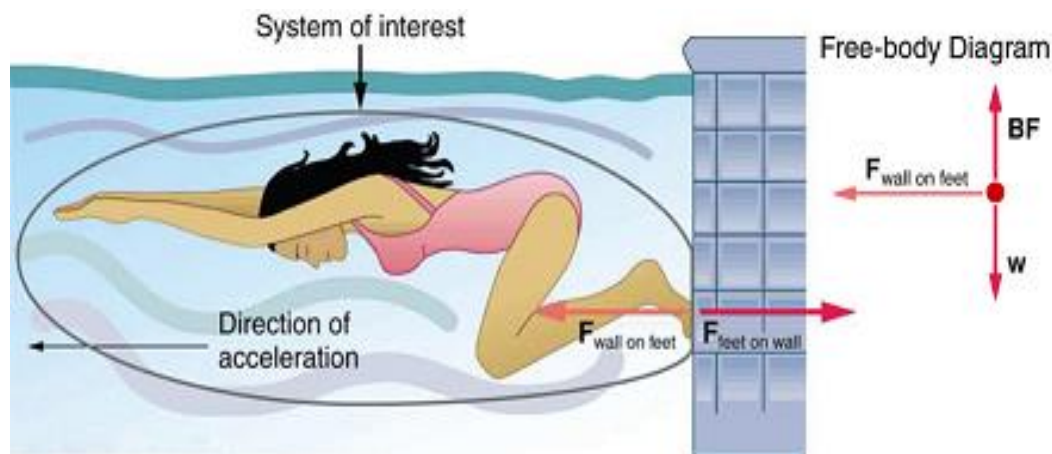
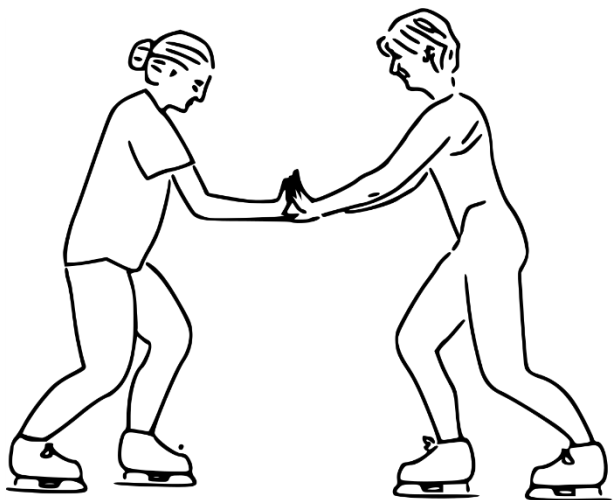


Sancho, in describing a fight with his wife to Don Quixote, says, “Of course I hit her back, but she’s a lot harder than me and you know what they say, ‘Whether the stone hits the pitcher or the pitcher hits the stone, it’s going to be bad for the pitcher.’”

➤ 牛顿第三定律

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

- 对于每一个作用，总有一个相等的反作用与之相反；或者说，两个物体对各自对方的相互作用总是相等的，而且指向相反的方向。
- 同时性：力总是成对出现，孤立的力不存在；
- 作用对象：作用力与反作用力总是作用在不同物体上。



➤ 牛顿第三定律的应用

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



► 牛顿第三定律的适用范围

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

◆ 适用情况：

- 直接接触的物体间的相互作用；
- 引力相互作用与静电相互作用。

◆ 不适用情况：

- 运动电荷间相互作用的电场力；
- 运动电荷间相互作用的磁场力；
- 运动电荷与静止电荷间的相互作用。

➤ 牛顿物理学的局限性

◆ 牛顿物理学的观点与方法：

- 经典时空观
- 牛顿运动定律
- 万有引力定律

◆ 适用范围：宏观低速问题

◆ 19世纪末的新问题：

- 速率很高(接近光速)
- 系统很小(微观体系)
- 系统很大或引力很强

◆ 更普适的方法：

- 动量守恒
- 能量守恒
- 角动量守恒

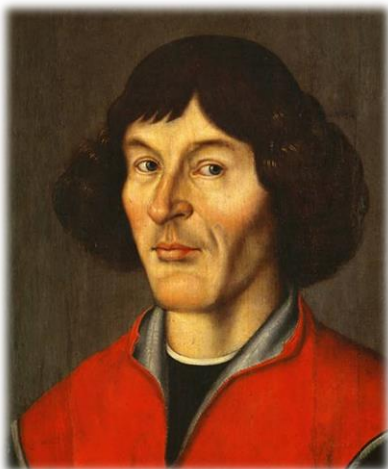
对物质与光均适用

◆ 新的研究方法：

- 相对论
- 量子力学
- 量子场论

重新定义力和动量

➤ 站在巨人肩头的牛顿



Nicolaus Copernicus
1473-1543



Galileo Galilei
1564-1642



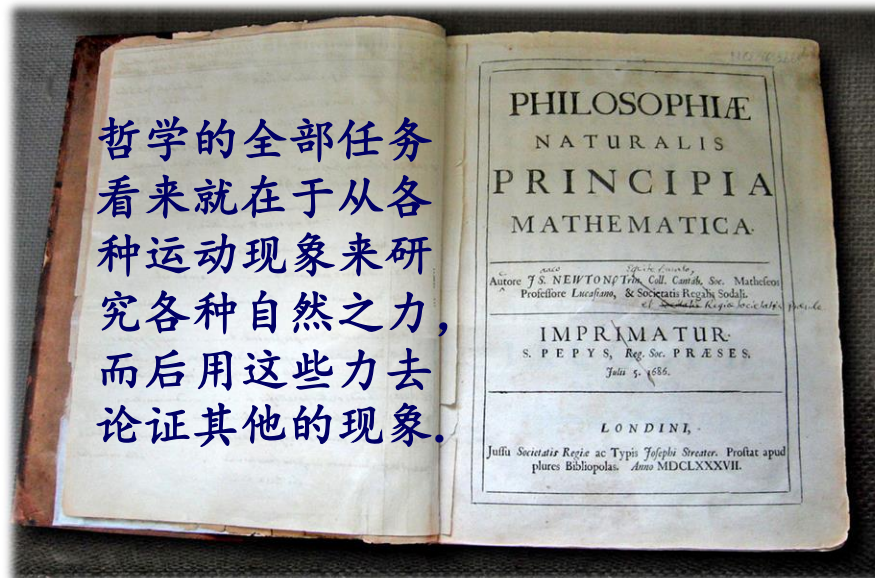
Johannes Kepler
1571-1630



Ren éDescartes
1596-1650



Isaac Newton, 1643–1727



《自然哲学的数学原理》

► 牛顿定律的应用

例1: 质量为 m 的物体，在外力 $F=F_0-kt$ 的作用下沿 x 轴运动，已知 $t=0$ 时， $x_0=0$ ， $v_0=0$. 求：物体在任意时刻的加速度 a ，速度 v 和位移 x .

解:
$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_0 - kt}{m} = \frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad dv = \frac{F_0 - kt}{m} dt$$

$$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{F_0 - kt}{m} dt$$

$$v = \frac{F_0}{m} t - \frac{k}{2m} t^2$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t \left(\frac{F_0}{m} t - \frac{k}{2m} t^2 \right) dt$$

$$x = \frac{F_0}{2m} t^2 - \frac{k}{6m} t^3$$

例2: 一质量为 m 的物体最初静止于 x_0 处, 在力 $F = -k/x^2$ 的作用下沿直线运动. 证明: 物体在任意位置 x 处的速度为:

$$v = \sqrt{2\left(\frac{k}{m}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}\right)}$$

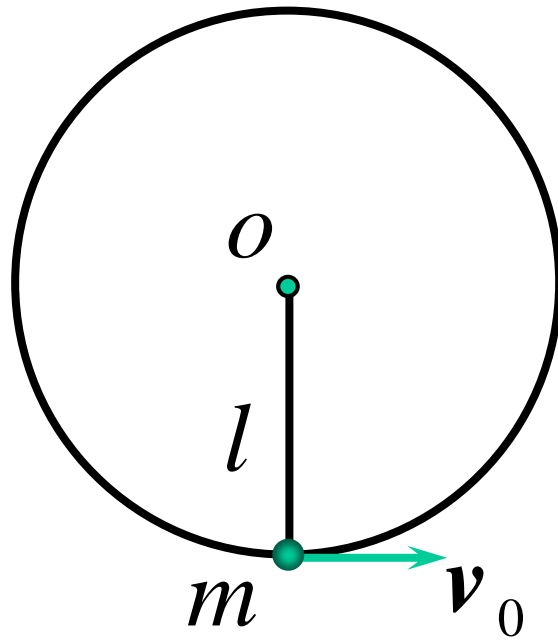
证明: $F = ma = -\frac{k}{x^2}$ $a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{mx^2} = \frac{dv}{dt}$

由于 a 中不显含时间 t , 因此要进行积分变量的变换

$$-\frac{k}{mx^2} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dx}{dx} = v \frac{dv}{dx} \quad v dv = -\frac{k}{mx^2} dx$$

$$\int_0^v v dv = \int_{x_0}^x -\frac{k}{mx^2} dx \Rightarrow v = \sqrt{2\left(\frac{k}{m}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}\right)}$$

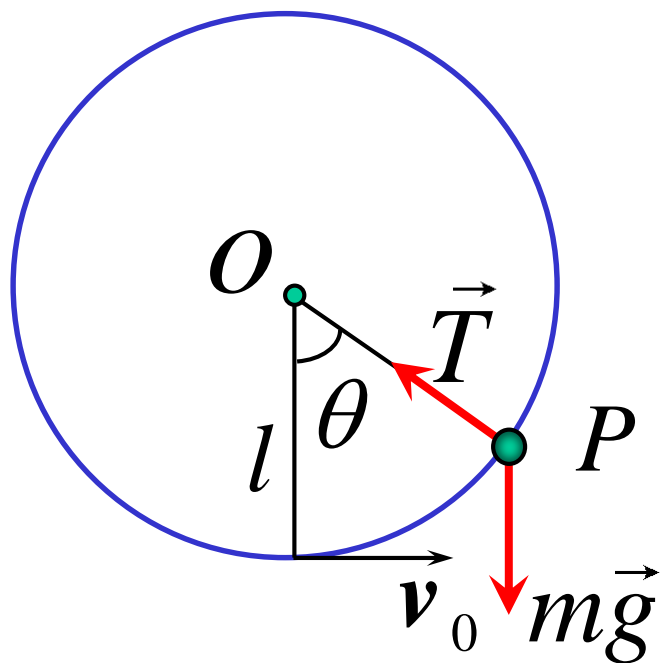
例3: 如图，铅直平面内的圆周运动，长为 l 的轻绳，一端系质量为 m 的小球，另一端系于定点 O 。开始时小球处于最低位置，若使小球获得如图所示的初速 v_0 ，小球将在铅直平面内作圆周运动。求小球在任意位置的速率 v 及绳的张力 T 。



解：由题意知，在 $t=0$ 时，小球位于最低点，速率为 v_0 。设在 t 时刻，小球位于 P 点，速率为 v ，轻绳与铅直成 θ 角。此时小球受重力 mg 和绳的拉力 T 作用。由于绳的质量不计，故绳的张力就等于绳对小球的拉力。建立自然坐标系。

由牛顿第二定律：

$$\begin{cases} F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt} \\ F_n = ma_n = m \frac{v^2}{l} \end{cases}$$



$$\begin{cases} -mg \sin \theta = ma_t = m \frac{dv}{dt} & (1) \\ T - mg \cos \theta = ma_n = m \frac{v^2}{l} & (2) \end{cases}$$

对(1)式右边分子分母同乘 $d\theta$

$$-g \sin \theta = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{d\theta}{d\theta}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$-g \sin \theta d\theta = \omega dv$$

$$\omega l = v$$

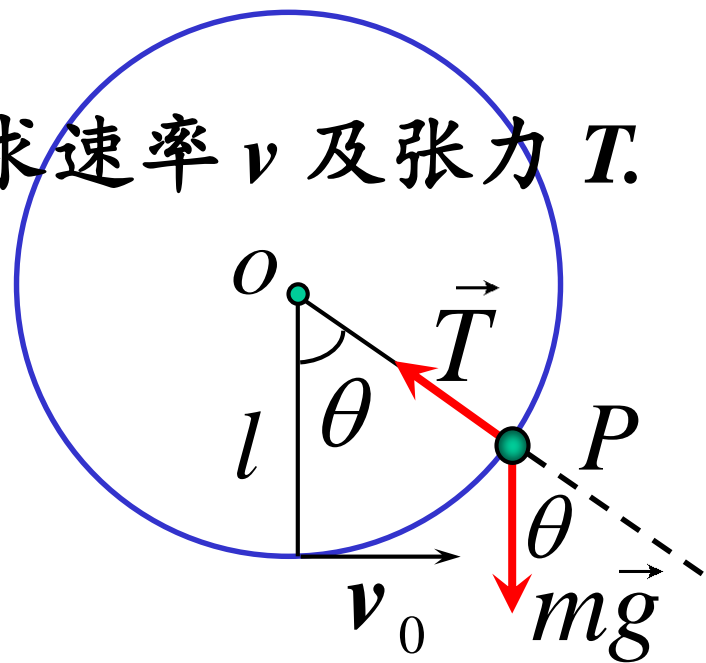
$$-gl \sin \theta d\theta = v dv$$

$$\int_{v_0}^v v dv = -gl \int_0^\theta \sin \theta d\theta$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gl(\cos \theta - 1)}$$

$$T = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 2g + 3g \cos \theta\right)$$

求速率 v 及张力 T .



➤ 应用牛顿定律解题的基本步骤

- 选择研究对象
- 运动情况分析
- 受力情况分析
- 选择坐标系，建立方程

➤ 问题的基本类型

- 已知受力情况求运动
- 已知运动情况求受力